

## АННОТАЦИЯ

диссертации Шакира Айдоса Ганижанулы на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401-Математика» на тему:

### «Обратные и прямые задачи для нелинейных уравнений Кельвина-Фойгта»

Одной из наиболее динамично развивающихся областей математики является исследование различных задач механики жидкости. В настоящее время развитие математики, физики, механики, биологии и нефтегазовой промышленности, медицины, водных ресурсов и других областей науки и техники требует строгого комплексного математического исследования и разработки ньютоновских и неньютоновских процессов механики жидкости.

**Цель исследования.** Диссертация посвящена исследованию вопросов существования и единственности сильных и слабых решений прямых и обратных задач новой постановки для линейных и нелинейных уравнений Кельвина-Фойгта (Навье-Стокса-Фойгта), описывающих течения несжимаемой однородной и неоднородной жидкости, принимающие учитывать сложные реологические свойства. Для линейной и нелинейной системы Кельвина-Фойгта, описывающей течение неньютоновских жидкостей с учетом всех возможных свойств, исследование обратных и прямых задач важно и актуально как в теоретическом, так и в практическом плане.

**Объект исследования.** Обратные и прямые задачи для линейных и нелинейных уравнений Кельвина-Фойгта, описывающие движения несжимаемой вязкоупругой однородной и неоднородной жидкости, и обратная задача для псевдопараболического уравнения с  $p$ -Лапласианом.

**Методы исследования.** В диссертационной работе использованы эффективные комбинации следующих современных методов:

- Современные функциональные методы: метод априорных оценок, метод компактности, теория пространств Соболева, теоремы непрерывного и компактного вложения, интерполяционные неравенства;
- Метод Фаэдо-Галеркина;
- монотонный метод;
- метод энергетической функции функционального анализа;
- общая теория прямых и обратных задач;
- общая теория частных производных дифференциальных уравнений.

**Научная новизна. Основные результаты, представленные на защиту.** В диссертационной работе постановки всех решенных задач и полученные результаты, являются новыми, ранее не изученными. Получены следующие новые результаты и они представлены на защиту:

- Доказаны локальное существование и единственность слабых и сильных решений обратной задачи для нелинейной интегро-дифференциальной системы Кельвина-Фойгта;

- Доказаны глобальное существование и единственность слабых и сильных решений обратной задачи для линейной интегро-дифференциальной системы Кельвина-Фойгта;
- Доказаны локальное существование и единственность слабых и сильных решений обратной задачи для нелинейной интегро-дифференциальной системы Кельвина-Фойгта со специальной правой частью;
- Доказаны существование и единственность слабого и сильного решения обратной задачи для интегро-дифференциальной системы Кельвина-Фойгта, которая является глобально разрешимой;
- Доказаны локальное существование и единственность слабых и сильных решений обратной задачи для нелинейной интегро-дифференциальной системы Кельвина-Фойгта со специальным интегральным дополнительным условием;
- Доказаны локальное и глобальное существования и единственность слабого и сильного решения обратной задачи для псевдопараболического уравнения с  $p$ -Лапласианом и нелинейным источником;
- Доказаны локальное и глобальное существование и единственность слабого и сильного решения обратной задачи для псевдопараболического уравнения с  $p$ -Лапласианом и абсорбцией;
- Доказаны существование и единственность слабого и сильного решения начально-краевой задачи для уравнений Кельвина-Фойгта, описывающие движение неоднородной вязкоупругой жидкости.

**Апробация.** Результаты диссертации доложены и обсуждены на конференции "Problems of modern mathematics and its Applications" (Бишкек, Кыргызстан, 16-19 июня 2021 г.), «Non-local boundary value problems and related problems of mathematical biology, informatics and physics» (Нальчик, Кабардино-Балкария, 5-9 декабря 2021 г.), «Traditional international April на конференции» scientific conference in honor of the Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan " (Алматы, Казахстан, 5-7 апреля 2022 и 2023 годы), " Functional Analysis in Interdisciplinary Applications "(Анталия, Турция, 2-7 октября 2023 года), а также на научных семинарах кафедры математики Института математики, физики и информатики кафедра математики и математического моделирования КазНПУ имени Абая; кафедры математики, факультета инженерии и естественных наук Университета Сулеймана Демиреля; кафедры математики механико-математического факультета КазНУ имени аль-Фараби.

**Публикации.** По результатам диссертационного исследования опубликовано 12 работ, в том числе:

— 4 статьи в научных журналах, входящих в первый, второй и третий квартили (Q1, Q2, Q3) отчетов Clarivate Analytics Journal Citation Reports соответственно и/или с процентиями CiteScore 99, 68, 56, 7 в базе данных Scopus соответственно:

1.Khompyskh Kh., Kabidoldanova A., Shakir A. Inverse problems for nonlinear Navier-Stokes-Voigt system with memory//Chaos, solitons and fractals. – 177(12). – 2023. Web of Science: Q1, Scopus:99%.

2. Khompysh Kh., Shakir A. An inverse source problem for a nonlinear pseudoparabolic equation with p-Laplacian diffusion and damping term//*Quaestiones Mathematicae*. — 2022. — Vol. 46, no. 9. — P. 1889–1914. Web of Science: Q3, Scopus:68%.
3. Khompysh Kh., Shakir A.G. Inverse problems for Kelvin-Voigt system with memory: global existence and uniqueness // *Lobachevskii journal of mathematics*. — 2023. — Vol. 44, no. 10. — Pp. 4341–4352. Web of Science: Q2, Scopus:56%.
4. Khompysh Kh., Shakir A.G. Time dependent inverse source problems for integro- differential Kelvin-Voigt system// *Trends in Mathematics Series: Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center*. —2023. Scopus:7%.

—3 статьи в журналах, рекомендованных комитетом по обеспечению качества в сфере образования и науки МНнВО РК

1. Shakir A., Kabidoldanova A., Khompysh Kh. Solvability of a nonlinear inverse problem for a pseudoparabolic equation with p-Laplacian// *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science*. — 2021. — Vol. 110, no. 2. — P. 35–46.
2. Shakir A. Blow-up of solutions the integro-differential Kelvin-Voigt equation// *Bulletin of Physics and Mathematical Sciences*. — 2022.—Vol. 79, no. 3. —P. 46–52.
3. Shakir A. Global solvability of inverse problem for linear Kelvin-Voigt equations with memory// *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science*. — 2023. — Vol. 118, no. 2. — P. 30–41.

— 5 публикаций в сборнике тезисов международных конференций

1. Khompysh Kh., Shakir A. Inverse problem for Kelvin-Voigt equations with memory// *Materials of the conference: Inverse and ill-posed problems in natural sciences*. — Almaty: 2023.—P. 23.
2. Khompysh Kh., Shakir A. Inverse problem for pseudoparabolic equations with p- Laplacian// *Materials of the conference: Traditional international April scientific conference in honor of the Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan*. — Almaty: 2021.—P. 91.
3. Khompysh Kh., Shakir A. An inverse problem for pseudoparabolic equations with p- Laplacian// *Materials of the conference: Problems of modern mathematics and its applications*. — Bishkek-Issyk-Kul: 2021. — P. 84.
4. Khompysh Kh., Shakir A. Inverse problem for Kelvin-Voigt equations with memory// *Materials of the conference: Traditional international April scientific conference in honor of the Day of Science Workers of the Republic of Kazakhstan*. — Almaty: 2023.—P. 138.
5. de Oliveira H.B., Khompysh Kh., Shakir A. Navier-Stokes-Voigt equations with non-negative density dependent flows with vacuum// *Materials of the conference: Functional Analysis in Interdisciplinary Application*. —Antalya: 2023.

**Структура диссертации.** Диссертационная работа состоит из нормативных ссылок, введения, вспомогательных результатов, четырех основных разделов (каждый раздел состоит из подразделов), заключения и списка использованной литературы.

Введение включает в себя актуальность темы исследования, цели и задачи, основные положения для защиты диссертации, объект и предмет исследования, новизну и теорическую и практическую значимость исследования, связь диссертационной работы с другими научно-исследовательскими работами, апробации работы, публикации автора, объем и структура диссертации и содержание.

В разделе предварительных результатов вводятся необходимые обозначения, даются необходимые определения, известные леммы, теоремы непрерывного и компактного вложения и основные функциональные пространства, а также алгебраические и функциональные неравенства.

В первой главе рассмотрена обратная задача для система интегродифференциальных уравнений Кельвина-Фойгта, описывающие динамику вязко-упругой жидкости. Разобрана применимость метода Фаэдо-Галеркина. Доказано существование слабого и сильного решения. Исследованы условия единственности сильного и слабого решения. Получены априорные оценки сверху.

Вторая глава посвящена исследованию существования и единственности слабых и сильных решений обратных задач для система интегродифференциальных уравнений Кельвина-Фойгта со специальным интегральным условием переопределения. Доказана локальная во времени разрешимость обратной задачи в слабом и сильном смысле. Кроме того, исследованы глобальная во времени разрешимость рассматриваемой обратной задачи.

В третьей главе рассматривается обратная задача для псевдопараболического уравнения с  $p$ -Лапласианом и нелинейным членом. С помощью методом Фаэдо-Галеркина доказаны существование слабого решения. Получены равномерные априорные оценки органиченных сверху. На основе априорных доказана единственность решения.

В четвертой главе рассматривается начально-краевая задача для система уравнений Навье-Стокса-Фойгта, описывающие движения вязко-упругой несжимаемой однородной жидкости. Доказаны глобальное во времени существование, регулярность и единственность начально-краевой задачи в сильном смысле.

В заключительном разделе представлены выводы и основные результаты исследования, полученные в ходе выполнения диссертационной работы.

**Степень внедрения.** Полученные результаты имеют широкую возможность теоретического и практического применения, они могут быть использованы и применены при решении линейных и нелинейных прикладных задач в области математики, гидродинамики, физики, водных и нефте-газодобывающих отраслях и в других.

**Область применения.** Полученные результаты находят применение в решении линейных и нелинейных прямых и обратных задач математики, гидродинамики, физики.

**Вклад кандидата в статью.** По полученным результатам в диссертационной работе опубликованы 4 статьи из журналов, включенные в базы данных Scopus и Web of Science, 3 статьи из отечественных журналов. Методы и глубокое теоретическое знание использованные в статьях, были глубоко поняты и учтены кандидатом. Кроме того, полученные результаты в каждом разделе, имеют прямую связь с кандидатом. Однако в некоторых областях, требующих теоретическое представление, кандидат обращался за советом к отечественным и зарубежным руководителям. Также разработку статьи и выбор журнала анализировал сам кандидат. Кандидат представил рукописи в научные журналы в шести из семи опубликованных статей и ответил на предложения и комментарии рецензентов.